HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM

VMTC 2023

Thách thức Tài năng Toán học Việt Nam

8

Ngày thi: 08/01/2023
Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi này gồm 2 trang)

Câu 1. Tìm các số a, b để dư trong phép chia đa thức $x^4+2x^3-3x^2+ax+b$ cho đa thức x^2-x+2 là $-4x-1$.

Câu 2. Một giải đấu cờ vua có tổng cộng 105 ván đấu. Hỏi có tất cả bao nhiêu kì thủ tham gia giải đấu đó, biết rằng hai kì thủ bất kì đấu với nhau đúng một ván?

Câu 3. Xét số A có hai chữ số, mà khi đổi chỗ hai chữ số của nó cho nhau, ta được một số mới lớn hơn A là 36. Hỏi tổng các chữ số của A có thể lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 4. Ở mỗi ô của bảng ô vuông 3×3 được điền một số dương, sao cho tích của 3 số nằm trong mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo chính đều bằng nhau. Cho biết 3 số được điền ở 3 ô như hình bên. Hãy tìm số **X**.

20	**X**	22
	5	

Câu 5. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ sao cho $N = 2^x \cdot 3^y$ có đúng 403 ước số dương.

Câu 6. Có 10 chiếc hộp, được đánh số thứ tự từ 1 đến 10, đựng tổng cộng 550 viên bi. Biết rằng, các tỉ số giữa số viên bi đựng trong mỗi hộp và số thứ tự của hộp đó đều bằng nhau. Hỏi hộp thứ 6 có bao nhiêu viên bi?

Câu 7. Cho các số nguyên x, y. Đặt $a = 2x+3y$, $b = 5x-4y$. Biết rằng, a chia cho 23 được dư là 4. Hỏi, b chia cho 23 được dư là bao nhiêu?

Câu 8. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $2n$ là số chính phương và $5n$ là số lập phương.

Câu 9. Cho số thực x thoả mãn $\dfrac{x^2+2x+5}{x} = 12$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{x^2}{x^4-40x^2+25}.$$

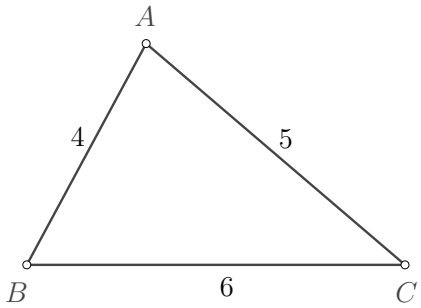
Câu 10. Cho các số thực a, b, c thoả mãn: $ab+bc+ca = 0$ và $abc = 51$. Tính

$$S = (a+b)(b+c)(c+a).$$

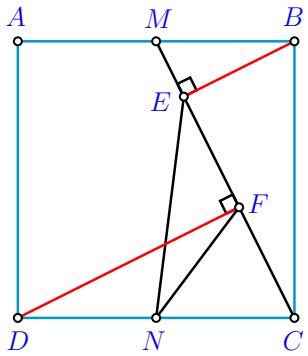
Câu 11. Cho 3 số thực a, b, c có tổng bằng 6. Biết rằng, bộ ba số a^2-2b, b^2-4c, c^2-6a chính là bộ ba số $a+4, b-8, c-16$ viết theo một thứ tự nào đó. Tính $a^2+b^2+c^2$.

Câu 12. Một người, mỗi ngày, đi bộ 3km hoặc 4km. Hỏi để đi được tổng cộng 250km, người đó cần đi trong ít nhất bao nhiêu ngày?

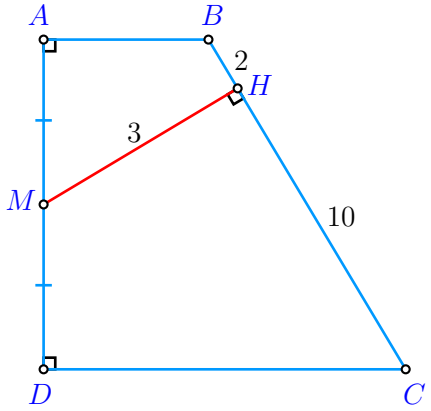
Câu 13. Cho một tam giác có độ dài ba cạnh là $4, 5, 6$. Tìm độ dài đường cao dài nhất của tam giác đó.



Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, CD. Gọi E, F tương ứng là hình chiếu vuông góc của B, D trên CM. Tính diện tích tam giác NEF.



Câu 15. Trong hình dưới đây, $MH = 3$, $BH = 2$ và $CH = 10$. Tính AB và CD.



Câu 16. Cho dãy số $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$. Hỏi trong 2023 số hạng đầu tiên của dãy, có bao nhiêu số chẵn?

Câu 17. Tìm số $\overline{VMTC}$, biết V, M, T, C là các chữ số thoả mãn:

$$V + \overline{VM} + \overline{VMT} + \overline{VMTC} = 5570.$$

Câu 18. Kí hiệu N là tích của 5 số nguyên tố đầu tiên. Hỏi, có bao nhiêu số nguyên dương d thoả mãn N^2 chia hết cho d, nhưng N không chia hết cho d?

Câu 19. Bạn Tùng muốn tô 9 ô vuông con của bảng ô vuông 3×3 bởi 5 màu xanh, đỏ, vàng, nâu, tím, sao cho mỗi ô được tô bởi một màu và hai ô có cạnh chung có màu khác nhau. Hỏi Tùng có bao nhiêu phương án tô?

Câu 20. Bạn Hiền muốn xếp 3 viên bi đen giống hệt nhau và 7 viên bi trắng giống hệt nhau thành một hàng ngang, sao cho không có 2 viên bi đen nào được xếp cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp như thế?

Hết